

# Einfluss von Temperatureffekten beim Testen von Gasbohrungen

## Influence of Temperature on Gas Well Testing

Von W. LITTMANN\*

### ABSTRACT

The flow of gas into a wellbore is calculated by the back-pressure or deliverability equation. The exponent  $n$ , which accounts for the deviation from the ideal Darcy flow, is usually attributed to turbulence in the reservoir. It is shown, that turbulence in gas wells does only occur in very extreme cases, and that the exponent  $n$  can be assigned to temperature changes during the expansion of the gas. The exponent  $n$  then is similar to the reciprocal of the exponent in the equation of state that describes the adiabatic reversible expansion of a perfect gas.

### KURZFASSUNG

Bei der Berechnung der Förderraten einer Gasbohrung mit der »back-pressure«-Gleichung wird die Abweichung vom »idealen« Darcy-Verhalten durch den Exponenten  $n$  beschrieben. Diese Abweichung wird in der Literatur überwiegend dem Auftreten turbulenter Strömung im bohrlochsnahen Bereich der Lagerstätte zugeschrieben. Es wird gezeigt, dass Turbulenz in Gasbohrungen nur in extremen Ausnahmefällen auftritt, und das Abweichen, das durch den Exponenten  $n$  beschrieben wird, auf Temperaturänderungen bei der Entspannung des Gases zurückgeführt werden kann. Der Exponent  $n$  entspricht dann dem reziproken Wert des Exponenten in der Gleichung für die adiabatisch reversible Zustandsänderung eines idealen Gases (Poissonsche Gleichung).

### 1 EINLEITUNG

Bei der Förderung von Erdgas in einer Bohrung kommt es zu einer Temperaturerniedrigung aufgrund des Joule-Thomson-Effektes, wobei die Temperaturänderung je nach Förderrate mehrere Grad Celsius betragen kann [1, 2]. Dieser Effekt ist bekannt, wird jedoch bei der Auswertung von Testen kaum berücksichtigt. Die wesentliche Auswirkung der Temperaturänderung ist die damit zusätzlich verbundene Volumenände-

rung, so dass die in den Druckauswertungen eingehenden Volumenströme nicht korrekt sind.

Die Abweichung der gemessenen Fließraten vom idealen Verhalten (Darcy-Flow) wird in der »back-pressure«-Gleichung durch einen Exponenten  $n$  ausgedrückt, der in der Literatur überwiegend auf das Auftreten turbulenter Strömungsverhältnisse zurückgeführt wird.

Im Folgenden wird eine einfache Herleitung der »back-pressure«-Gleichung unter Annahme einer adiabatisch reversiblen Expansion des Gases betrachtet, sowie eine Abschätzung durchgeführt, ob bei den Fließbedingungen in einer Erdgasbohrung turbulente Strömungsverhältnisse vorliegen können.

### 2 DRUCK-VOLUMENVERHALTEN VON GASEN UND TEMPERATUREINFLÜSSE

Die Berechnung des Druck-Volumen-Verhaltens von Gasen erfolgt in der Erdgasindustrie üblicherweise mit der in Gleichung 1 wiedergegebenen Zustandsgleichung (Realgas-Gleichung).

$$p V = z n R T \tag{1}$$

Hierbei bedeuten  $p$  der Druck,  $V$  das Volumen und  $T$  die Temperatur des Gases,  $n$  ist die Anzahl der Mole und  $z$  gibt die Abweichung des Verhaltens eines realen Gases von dem eines idealen Gases an.  $R$  ist die allgemeine Gaskonstante. Der  $z$ -Faktor kann bei bekannter Gaszusammensetzung aus anderen Korrelationen bzw. Zustandsgleichungen berechnet werden, und wird dann in Gleichung 1 eingesetzt.

Bei einer adiabatisch, reversiblen Kompression oder Expansion berechnet sich die Volumenänderung nach Gleichung 2 [3]. Hierbei bedeutet  $\gamma = c_p/c_v$  das Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Druck bzw. Volumen für ideale Gase.

$$V_2 = (p_1/p_2)^{1/\gamma} \cdot V_1 \tag{2}$$

Die Fließrate in einer Bohrung während der Aus- bzw. Einspeicherung wird nach folgender Gleichung berechnet:

$$q = C(p_{ws}^2 - p_{wf}^2) \tag{3}$$

Hierbei ist  $q$  die Fließrate, der Faktor  $C$  ent-

hält die Eigenschaften des porösen Speichers und die Gaseigenschaften,  $p_{ws}$  ist der Schließdruck in der Lagerstätte und  $p_{wf}$  der Fließdruck in der Bohrung. Da sich das Gasvolumen mit dem Druck ändert, ergeben sich bei der Herleitung der Formel 3 aus der Darcy-Gleichung die quadratischen Terme für den Druck (s. Anhang).

Bei einer adiabatisch reversiblen Expansion des Gases bei der Förderung wäre

$$p V^\gamma = \text{const} \tag{4}$$

Für Gleichung 3 wäre dann zu schreiben

$$q^\gamma = C(p_{ws}^2 - p_{wf}^2) \tag{5}$$

bzw.

$$q = C'(p_{ws}^2 - p_{wf}^2)^{1/\gamma} \tag{6}$$

Für den Exponenten  $1/\gamma$  kann man schreiben

$$\frac{1}{\gamma} = n \tag{7}$$

Für ein ideales Gas ist  $\gamma = 5/3$  und damit  $n = 0,6$ , für Methan  $\gamma = 1,308$  und  $n = 0,765$ , für Äthan  $\gamma = 1,188$  und  $n = 0,84$ . Diese Werte würden gut zu den empirisch beobachteten Werten für  $n$  passen, mit denen die Abweichung vom idealen Verhalten in der bekannten Weise in Gleichung 8 beschrieben wird.

$$q = C(p_{ws}^2 - p_{wf}^2)^n \tag{8}$$

Diese Abweichung wird jedoch in der Literatur dem turbulenten Fließen im bohrungsnahen Bereich zugeschrieben. Für die Beschreibung des Druckverhaltens bei der Gasförderung wird analog hierzu ein ratenabhängiger Skin-Faktor eingeführt.

Es ist daher zu überprüfen, ob die Abweichung vom Darcy-Verhalten auf Turbulenz oder die oben beschriebenen Temperatureffekte zurückzuführen ist.

### 3 AUFTRETEN TURBULENTER STRÖMUNG BEIM EINPHASENFLUSS IN PORÖSEN MEDIEN

Der Übergang vom laminaren Fließen zum turbulenten Fließen wird durch die Reynolds-Zahl  $Re_c$  gekennzeichnet. Bei Reynolds-Zahlen kleiner als 2320 ist das Fließen laminar, darüber beginnt der turbulente

\*W. Littmann, Consulting Reservoir Engineering, Wunstorf

Tabelle 1 Auftreten von Turbulenz nach verschiedenen Kriterien

Druck:	120	bar	Dichte:	0,73	kg/m <sup>3</sup> (Vn)
Temperatur:	40	°C	Permeabilität:	500	mD
Bohrungsdurchmesser:	9 5/8"		Porosität:	20	%
Fließrate:	30.000	m <sup>3</sup> (Vn)/h	Korndurchmesser:	100	µm
eff. Mächtigkeit:	10	m	Hydraulischer Radius:	4,47	µm
Viskosität:	0,015	mPas			

Radius m	v <sub>D</sub> m/s	Muskat	Re nach dH	Dullien	1/Re Dullien	Turbulent nach Muskat	dH.	Dullien
0,0714375	1,55E-02	9,04E+00	2,02E+00	6,39E-02	15,65	nein /?	nein	nein
0,1	1,11E-02	6,46E+00	1,44E+00	4,56E-02	21,91	nein/?	nein	nein
0,2	5,53E-03	3,23E+00	7,22E-01	2,28E-02	43,81	nein	nein	nein
0,3	3,68E-03	2,15E+00	4,81E-01	1,52E-02	65,72	nein	nein	nein
0,4	2,76E-03	1,61E+00	3,61E-01	1,14E-02	87,62	nein	nein	nein
1	1,11E-03	6,46E-01	1,44E-01	4,56E-03	219,06	nein	nein	nein
2	5,53E-04	3,23E-01	7,22E-02	2,28E-03	438,12	nein	nein	nein
3	3,68E-04	2,15E-01	4,81E-02	1,52E-03	657,18	nein	nein	nein
5	2,21E-04	1,29E-01	2,89E-02	9,13E-04	1.095,30	nein	nein	nein
10	1,11E-04	6,46E-02	1,44E-02	4,56E-04	2.190,60	nein	nein	nein

Fluss. Dieses Reynoldssche Kriterium ist in seiner allgemeinen Form in Gleichung 9 beschrieben.

$$R_e = \rho d \frac{v}{\mu} < 2320 \tag{9}$$

Hierbei ist  $\rho$  die Dichte,  $d$  die Länge des umströmten Körpers (bei Rohren der Rohrdurchmesser),  $v$  die Strömungsgeschwindigkeit und  $\mu$  die Viskosität.

Für das Strömen in porösen Medien gibt es verschiedene Ansätze für die Berechnung der Reynolds-Zahl.

Die Einführung des Begriffes »Turbulenz« beim Fließen in porösen Medien bedeutet, dass ab einer bestimmten Fließrate das Darcysche Gesetz zur Berechnung des Druckverlustes nicht mehr gilt, d. h., dass der Druckverlust höher ist als nach der Darcy-Formel berechnet. Dieses Verhalten kann analog zur Rohrströmung gesehen werden, wo der Übergang von der laminaren Strömung zur turbulenten Strömung bei Reynoldszahlen größer 2320 auftritt (Gleichung 9).

In beiden Fällen hat dies zur Folge, dass der Druckverlust nicht mehr exakt berechnet werden kann. Man muss sich mit empirisch gewonnenen Korrekturfaktoren behelfen (Friction Factor).

Analog zur Rohrströmung hat man versucht, den Bereich, ab dem die Darcy-Gleichung nicht mehr gilt, mit Reynoldszahlen zu beschreiben [2, 3]. Beim Fließen durch ein poröses Medium ist sowohl der Durchmesser einer Pore als auch die Fließgeschwindigkeit

in der Pore nicht eindeutig anzugeben. Zur Charakterisierung der Verhältnisse mit einer Reynoldszahl werden in der Literatur verschiedene Wege gegangen, die dann auch zu unterschiedlichen charakteristischen Reynoldszahlen für den Übergang zur Turbulenz führen. Diese werden im Folgenden kurz beschrieben.

### 3.1 Berechnung über den Korndurchmesser nach Muskat [4]

Bei diesem Ansatz wird zur Berechnung einer Reynoldszahl für  $d$  der mittlere Korndurchmesser der Schüttung genommen und für die Fließgeschwindigkeit die Darcygeschwindigkeit. Aus Experimenten (Muskat, 1949, S. 125) kann der Übergang zur Turbulenz bei Reynoldszahlen zwischen 1 und 10 abgeleitet werden.

$$d v_D \frac{\rho}{\mu} < 10 \tag{10}$$

Hierbei ist jedoch zu beachten, dass bei diesen im Jahre 1933 veröffentlichten Messungen die Abweichungen vom idealen Verhalten nur bei Messungen mit Gas beobachtet wurden jedoch nicht bei Messungen, die mit Wasser bei gleichen Fließraten durchgeführt wurden.

### 3.2 Berechnung der Reynolds-Zahl über den hydraulischen Radius

Der hydraulische Durchmesser  $d_H$  eines porösen Mediums ist definiert:

$$d_H = \sqrt{32 \frac{k}{\epsilon}} \tag{11}$$

mit:  $k$  = Permeabilität und  $\epsilon$  = Porosität. Zur Berechnung der Reynoldszahl wird die Fließgeschwindigkeit in den Poren eingesetzt.

$$v = \frac{v_D}{\epsilon} \tag{12}$$

mit:  $v_D$  = Darcy-Geschwindigkeit. Für die Reynoldszahl erhält man dann Werte in ähnlicher Größenordnung wie nach Muskat, jedoch wäre als Kriterium für das Einsetzen der Turbulenz ein Wert von ca. 2.000 anzusetzen. Die empirisch gefundenen Werte, auf die sich Muskat bezieht, sind also wesentlich strenger, was daran liegen mag, dass diese Abweichungen nur bei Strömungsversuchen mit Gasen gefunden wurden und daher wahrscheinlich eher auf die Temperaturänderungen bei der Expansion der Gase als auf wirkliche Turbulenz zurückzuführen sind.

### 3.3 Einsetzen der Turbulenz nach Dullien [5]

Nach Dullien (Dullien, 1972, S. 165) wird zur Berechnung der Reynoldszahl die Darcygeschwindigkeit und für  $d$  die Wurzel der Permeabilität  $\sqrt{k}$  genommen. Als Übergang zur Turbulenz ist ein Wert von

$$1/Re < 0.5 \tag{13}$$

angegeben. In Tabelle 1 ist für einen Sandstein mit einer Porosität von 20 % und einer Permeabilität von 500 mD für die oben beschriebenen Kriterien das Einsetzen von Turbulenz dargestellt. Für den Korndurchmesser für die Berechnung nach Muskat wurde ein Wert von 100 µm genommen. Der Druck ist 120 bar. Hiernach ist das Fließen radial um eine Bohrung fast immer laminar. Selbst nach dem strengen, empirischen Kriterium von Dullien und Muskat würde Turbulenz selbst bei einem Korndurchmesser von 0,5 mm erst bei

Tabelle 2 Parameter und Auswertung eines Mehrrentestest

Rate, m <sup>3</sup> (Vn)/h	Bodenschließdruck, bar	Bodenfließdruck, bar	C	n	T gemessen, °C	T berechnet, °C
22.000	124,9	120,9	203	0,678	35,3	37,0
29.000		118,6			34,8	35,1
35.500		116,1			34,2	33,0
50.000		111,0			32,5	28,6

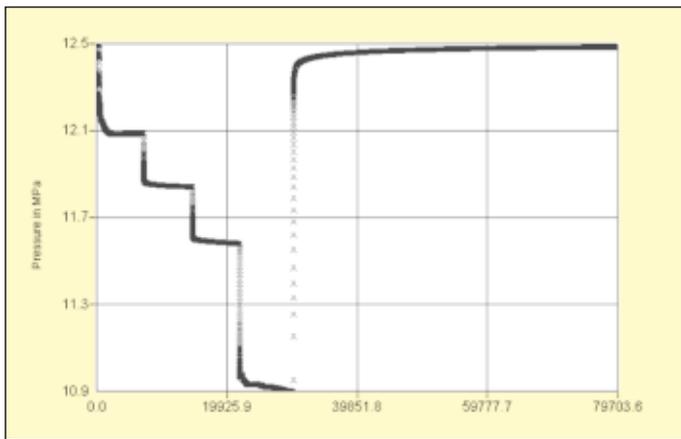


Abb. 1 Kapazitätstest an einer Bohrung, Druckverlauf

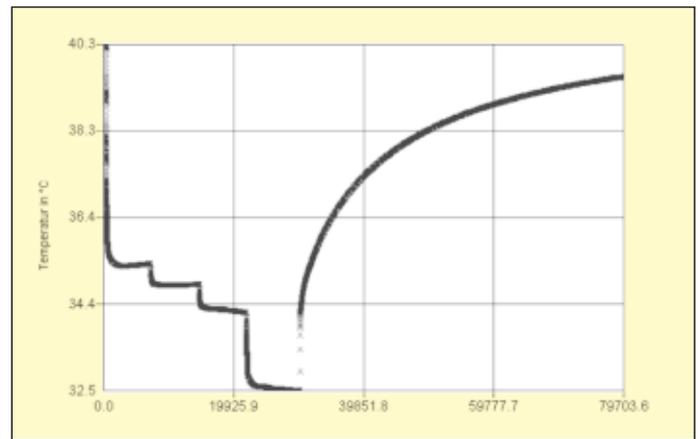


Abb. 2 Kapazitätstest an einer Bohrung, Temperaturverlauf

Raten von 70.000 m<sup>3</sup>(V<sub>n</sub>)/h (10 m Mächtigkeit) auftreten. Diese Korndurchmesser sind jedoch nur in Gravel-Sanden zu finden, so dass davon ausgegangen werden sollte, dass Turbulenz im Porenraum bei der Gasförderung nur in extremen Fällen auftritt. Es ist daher nicht anzunehmen, dass die in Gleichung 8 durch den Exponenten *n* beschriebene Abweichung vom reinen Darcy-Verhalten auf Turbulenz zurückzuführen ist. In Gaslagerstätten bzw. Porenspeichern sind die Permeabilitäten oder der Korndurchmesser eher kleiner als in dem hier angegebenen Beispiel und daher das Einsetzen einer turbulenten Strömung noch unwahrscheinlicher.

#### 4 BEISPIEL FÜR EINEN BOHRUNGSTEST

In der Abbildung 1 ist der Druckverlauf und in Abbildung 2 der Temperaturverlauf für einen typischen Mehrrententest

(Flow after flow) dargestellt. Die Auswertung des Testes ergibt einen Wert für *n* von 0,678.

Die Testparameter sind in Tabelle 2 enthalten. In Tabelle 2 sind ebenfalls die für die einzelnen Raten gemessenen und berechneten Temperaturen wiedergegeben. Die Temperaturen wurden nach Gleichung 1 und 2 aus den gemessenen Druckwerten berechnet. Es ergibt sich eine prinzipiell gute Übereinstimmung.

Es erscheint daher plausibel, dass das Abweichen des Fließverhaltens bei der Förderung von Erdgas vom »idealen« Verhalten eher auf die Temperaturänderung durch die Gasexpansion zurückzuführen ist, als auf den Einfluss von Turbulenz. Bei der hohen Produktionsrate von 50.000 m<sup>3</sup>(V<sub>n</sub>)/h ist die berechnete Temperatur niedriger als die gemessene. Hier könnte sich bemerkbar machen, dass bei der hohen Rate die Expansion

schneller und zunehmend irreversibel ist, und damit die Temperatureniedrigung kleiner ist.

#### LITERATUR

- [1] H. Elshahawi, M. S. Osman, M. Sengul: Use of Temperature Data in Gas Well Tests. SPE 56613, Soc. Petr. Eng., Annual Tech. Conf., Houston Tx., (1999).
- [2] R. J. Steffensen, R. C. Smith: The Importance of Joule-Thomson Heating (or Cooling) in Temperature Log Interpretation. SPE 4636, Soc. Petr. Eng., 48<sup>th</sup> Annual Fall Meeting, Las Vegas Nev. (1973).
- [3] W. J. Moore, D. O. Hummel: Physikalische Chemie. De Gruyter, Berlin-New York (1976).
- [4] M. Muskat: Physical Principles of Oil Production. IHRDC, Boston.
- [5] F. A. L. Dullien: Porous Media, Academic Press, (1972).

## ANHANG

### D ARCY-GLEICHUNG FÜR DAS RADIALE STRÖMEN VON GAS

Die Definition des Darcyschen Gesetzes ist, dass beim Fließen durch ein poröses Medium das Produkt aus der Fließgeschwindigkeit *v* und der Viskosität *μ* dividiert durch den Druckgradienten konstant ist. Die Einheit dieser Konstanten ist das Darcy. In SI-Einheiten ist 1 Darcy = 1·10<sup>-15</sup> m<sup>2</sup>.

$$\frac{\mu v}{(dp/dx)} = k \tag{A1}$$

Im Falle des radialen Flusses um eine Bohrung wird *dp/dx* zu *dp/dr* und

$$v = q/2 \pi r \tag{A2}$$

*q* ist die Volumenfließrate, also *dV/dt*.

Beim Fließen von Gas ist das Volumen nicht konstant, sondern ändert sich mit dem Druck. In der Darcygleichung (A1) ist daher statt *v* das Produkt *p**v* aus Druck und Volumenfließgeschwindigkeit konstant.

Im Falle einer isothermen Zustandsänderung des Gases ergibt sich dann

$$p v = q/A = q/2 \pi r \tag{A3}$$

und im Falle einer adiabatischen Zustandsänderung

$$p^\gamma v = q^\gamma/A = q^\gamma/2 \pi r \tag{A3a}$$

Hieraus ergibt sich dann für die isotherme Zustandsänderung

$$\frac{q}{2\pi r} dr = \frac{k}{\mu} \cdot p \cdot dp \tag{A4}$$

und durch Integration

$$\frac{q}{2\pi r} \int_{r_w}^{r_e} \frac{1}{r} \cdot dr = \frac{k}{\mu} \int_{p_w}^{p_e} p \cdot dp \tag{A5}$$

ergibt sich dann für die isotherme Zustandsänderung Gleichung (A6)

$$q = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h}{\mu} \cdot \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{\ln(r_e/r_w)} \tag{A6}$$

für eine adiabatische Zustandsänderung ergibt sich analog Gleichung (A7)

$$q^\gamma = \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot h}{\mu} \cdot \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{\ln(r_e/r_w)} \tag{A7}$$